

世界塾 2022 年度 高 2 生 冬期講習のご案内

| | | | | | | | |
|--|---|-----------|--|------|----|------|--------------|
| 講座名 | ベクトル | 構成 | §1 ベクトルの演算 | 予習課題 | なし | 授業形式 | 講義・演習 |
| 分類 | I A II B テーマ別 | | §2 線形表示 | 復習課題 | あり | 対象 | 全員 |
| 時間 | 3 時間×3 | | §3 空間座標 | 添削課題 | あり | 受講料 | ¥ 18,000(税込) |
| <p>図形問題のアプローチ方法は、大きく分けて「図形・座標・ベクトル」の3通りがあり、理論的にはどの解法でも同じ結果を得ることが可能です。ベクトルは、その解法が次元に影響されないというメリットがあり、高校数学では特に空間図形・空間座標の問題でその効力を発揮します。</p> <p>本講座は、ベクトルの大きさ・内積・なす角の演算、線形表示の問題を通じベクトルに対する理解を十分に深められるよう配慮して作りました。習得すべき1つ1つの処理は多くありませんが、上で述べたように、今後は他分野に跨っての解法選択が必要になります。解答には図形考察なども載せてあるので、徐々に視野を広げていきましょう。</p> | | | | | | | |
| 難易度 | 易 ← → 難 | 1 2 3 4 5 | 未学習の人にもわかりやすい内容から講義が始まり、2日目、3日目には徐々に難問にも触れていきます。 | | | | |
| 日程 | a 日程 12/15(木)~17(土)18:00~21:00, b 日程 1/4(水)~6(金)18:00~21:00 | | | | | | |

以下は本講座で扱う問題の一例です。

(2 日目演習問題)

△OABにおいて、 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とする。

$$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, \cos(\angle AOB) = \frac{3}{5}$$

とし、∠AOBの2等分線と直線ABの交点をDとする。このとき、∠AOBの2等分線と、Bを中心とする半径 $\sqrt{10}$ の円との交点Pの、Oを原点とする位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。(京都大：難易度4)

(3 日目演習問題)

空間の4点A(1, 2, 3), B(2, 3, 1), C(3, 1, 2), D(1, 1, 1)に対し、2点A, Bを通る直線を l , 2点C, Dを通る直線を m とする。

- l と m は交わらないことを示せ。
- l と m のどちらにも直交する直線を n とするとき、 l と n の交点 E の座標および m と n の交点 F の座標を求めよ。(旭川医科大：難易度4)

(3 日目演習問題)

座標空間に2つの球

$$K_1: x^2 + y^2 + z^2 = 2, K_2: \left(x - \frac{6}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{8}{5}\right)^2 + (z - 2)^2 = 6$$

がある。 K_1 と K_2 の共有点が描く円の半径と中心の座標を求めよ。(オリジナル：難易度4)

| | | | | | | | |
|---|---|-----------|--|------|-----|--------------|-------|
| 講座名 | 微分 | 構成 | §1 導関数 | 予習課題 | なし | 授業形式 | 講義・演習 |
| 分類 | III基礎学習 | | §2 方程式・不等式 | 復習課題 | あり | 対象 | 理系全員 |
| 時間 | 8 時間 | | 添削課題 | なし | 受講料 | ¥ 16,000(税込) | |
| <p>微分とは“その瞬間における変化の割合”を求める計算です。</p> <p>本講座では1日目に増減凹凸, 2日目に接線, 最大・最小, 3日目に方程式・不等式などの問題を紹介していきます。</p> | | | | | | | |
| 難易度 | 易 ← → 難 | 1 2 3 4 5 | 未学習の人にもわかりやすい内容から講義が始まり、基礎部分の理解を深めていきます。 | | | | |
| 日程 | 12/28(水)18:00~21:00, 29(木)18:00~21:00, 30(金)18:00~20:00 | | | | | | |

以下は本講座で扱う問題の一例です。

(1 日目参考問題)

微分を用いずに、以下のグラフの概形を描け。

- (1) $y = -\frac{\log x}{x}$ □ (2) $y = x - \frac{1}{x}$ □ (3) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ □ (4) $y = x^2 + \frac{1}{x-1}$
- (5) $y = e^{-x} \sin x$ □ (6) $y = \sqrt{x(x-1)(x-2)}$ □ (7) $y = x \sin x$ □ (8) $y = -\frac{\sin x}{x}$
- (難易度2)

(3 日目演習問題)

a が1でない定数のとき、方程式 $x^2 + ax = \sin x$ はちょうど2つの実数解を持つことを示せ。(難易度4)

| | | | | | | | |
|--|---------------------|-----------|--|------|-----|---------|--------|
| 講座名 | 微分計算 | 構成 | §1 極限計算 | 予習課題 | なし | 授業形式 | 講義・演習 |
| 分類 | III基礎学習 | | §2 微分計算 | 復習課題 | あり | 対象 | 理系の一部※ |
| 時間 | 3 時間 | | 添削課題 | なし | 受講料 | ¥ 6,000 | |
| <p>微分とは“その瞬間における変化の割合”を求める計算です。</p> <p>本講座では数IIIで登場する様々な微分法を練習し、同じく冬期講習の「微分」に向けた土台作りをしていきます。</p> | | | | | | | |
| 難易度 | 易 ← → 難 | 1 2 3 4 5 | 未学習の人にもわかりやすい内容から講義が始まり、基礎部分の理解を深めていきます。 | | | | |
| 日程 | 12/27(火)14:00~17:00 | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|---|-------------------|---|---|---|----|-----|---|----|------|--------|
| 講座名 | ハイレベル座標 | | | | 構成 | 難関大 | 予習課題 | あり | 授業形式 | 講義 |
| 分類 | I A II B ハイレベル演習 | | | | | の過去 | 復習課題 | なし | 対象 | 高2生 |
| 時間 | 3時間 | | | | | 問6題 | 添削課題 | なし | 受講料 | ¥6,000 |
| 東京大、京都大、東工大、一橋大、難関大医学部などを指す人におすすめの講座です。数学Ⅰ「2次関数」と数学Ⅱ「図形と方程式」「微分法と積分法」の分野から、上記のような難関大の入試レベルの問題を扱います。 | | | | | | | | | | |
| 難易度 | 易 | ← | | | → | 難 | 別紙の「座標基礎力判断テストで70点以上」程度取れることが、受講の目安になります。 | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | | | |
| 日程 | 1/4(水)13:00~16:00 | | | | | | | | | |

以下は本講座で扱う問題の一例です。

座標平面において、円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ と曲線 $C_2: y = ax^2 + bx + c$ は、 x 座標が $-t, 0, t$ の点を共有する。さらに、 x 座標が $-t$ の点では、 C_1 と C_2 は同じ接線を持つ。ただし、 $a > 0, 0 < t < 1$ とする。このとき、次の空欄を埋めよ。

- (i) a, b, c, t の値を求めよ。
- (ii) C_1 と C_2 の3つの共有点を結んでできる三角形の面積を求めよ。
- (iii) x 座標が $-t$ と t である C_1 と C_2 の共有点を通る直線 l と曲線 C_2 によって囲まれる部分の面積を求めよ。
- (iv) 円 $C_3: x^2 + \left(y + \frac{1}{4}\right)^2 = r^2 (r > 0)$ と曲線 C_2 の共有点の個数は1個である。このとき、 r の値と共有点の座標を求めよ。(慶應義塾大：難易度5)

座標平面内の2つの円 $(x-1)^2 + y^2 = 4$ 、 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$ の交点をA、Bとする。

- (1) A、Bの座標を求めよ。
- (2) A、Bを通る円をCとする。Cの中心Pの軌跡を求めよ。
- (3) A、BにおけるCの接線が交点をもつとし、その交点をQとする。△ABQの面積が8となる時、Cの方程式を求めよ。(愛知教育大：難易度4)

c を正の定数とし $f(x) = x^3 + 3x^2$ 、 $g(x) = x^3 + 3x^2 + c$ とする。直線 l は点 $P(p, f(p))$ で曲線 $y = f(x)$ と接し、点 $Q(q, g(q))$ で曲線 $y = g(x)$ と接する。

- (1) c を p で表せ。
- (2) 直線 l と曲線 $y = f(x)$ のP以外の交点をRとする。2つの線分の長さの比 $PQ : QR$ を求めよ。
(一橋大：難易度4)

| | | | | | | | | | | |
|--|---------------------|---|---|---|----|-----|---|----|------|--------|
| 講座名 | ハイレベル数列 | | | | 構成 | 難関大 | 予習課題 | あり | 授業形式 | 講義 |
| 分類 | I A II B ハイレベル演習 | | | | | の過去 | 復習課題 | なし | 対象 | 高2生 |
| 時間 | 3時間 | | | | | 問6題 | 添削課題 | なし | 受講料 | ¥6,000 |
| 東京大、京都大、東工大、一橋大、難関大医学部などを指す人におすすめの講座です。数学B「数列」の分野から、上記のような難関大の入試レベルの問題を扱います。 | | | | | | | | | | |
| 難易度 | 易 | ← | | | → | 難 | 別紙の「数列基礎力判断テストで70点以上」程度取れることが、受講の目安になります。 | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | | | |
| 日程 | 12/24(土)10:00~13:00 | | | | | | | | | |

以下は本講座で扱う問題の一例です。

$\frac{23}{111}$ を $0.a_1a_2a_3a_4\cdots$ のように小数で表す。すなわち小数第 k 位の数を a_k とする。このとき、 $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{3^k}$ を求めよ。

(京都大：難易度4)

- (1) 2以上の整数 n に対し、 $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}$ を求めよ。
- (2) 任意の正の整数 n に対し、 $\frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{n^3} < \frac{5}{4}$ が成り立つことを示せ。(一橋大：難易度4)

白石180個、黒石181個の合わせて361個の基石が横に並んでいる。基石がどのように並んでも、次の条件を満たす黒の基石が少なくとも1つはあることを示せ。

その黒の基石と、それより右にある基石を全て除くと、残りは白石と黒石が同数になる。ただし、基石が1つも残らない場合も同数とみなす。(東京大：難易度5)